МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ЭЛЕМЕНТЫ Р-АДИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К КРИПТОГРАФИИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

01.03.04 Прикладная математика
Код и наименование направления подготовки/специальности

Математика информационных сред
Наименование направленности (профиля)/ специализации

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2024

ЭЛЕМЕНТЫ Р-АДИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К КРИПТОГРАФИИ
Рабочая программа дисциплины

Составители:
Д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики
В.М. Максимов

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 8 от 20.03.2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: изучение класса p-адическозначных функций, специальных классам T-функций, понятие о непрерывности и дифференцируемости, разложение в ряды и на этой основе изучение свойств криптокритериев.
Задачи дисциплины: ознакомление с различными направлениями и методологией анализа p-адических функций, активно развивающегося направления математики; обучение студентов теории и практике применения методов этого анализа к математическим объектам и возможных приложений в различных областях экономики и управления, психологии, физики и др.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	**Индикаторы компетенций** (код и наименование)	**Результаты обучения**
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.3. Владеет методами формализации естественнонаучных задач.	*Знать:* о применении конечных полей в моделировании; *Уметь*: применять полученные знания в решении задач организации математических моделей; *Владеть:* достаточными представлениями о типах моделей, о способах реализации современными методами в компьютерных системах

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Элементы p-адического анализа и его приложения к криптографии» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.
Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Общая алгебра и теория чисел», «Математический анализ».
В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Теория кодирования».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
7	Лекции	**18**
7	Практические занятия	**24**
	Всего:	**42**

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часов.

3. Содержание дисциплины

Тема 1. **Конечные поля: основные понятия**
Понятие пополнения. Нормированные поля. Построение пополнения нормированного поля. Нормирования поля рациональных чисел. Нормирование алгебраических расширений.

Тема 2. Поле p-адических чисел
Арифметические операции в поле. p-адические разложения рациональных чисел. Лемма Гензеля.

Тема 3. Алгебраические свойства целых p-адических чисел
Нормирование алгебраических полей: общий случай. Нормирование полей алгебраических чисел. Теорема Островского.

Тема 4. Топология пространства
Основные топологические свойства. Канторово множество.

Тема 5. Введение в математический анализ
Последовательности и ряды. p-адические степенные ряды. Некоторые p-адические элементарные функции. Разложение в ряд по p–адическим экспонентам, и логарифмам.

Тема 6. p-адические функции и их применение в теории кодирования
Локально постоянные функции. Непрерывные и равномерно непрерывные функции. Дифференцируемость p-адический функций. p-адическое интерполирование. Пример p-адического кода.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как: лекция-визуализация с применением слайд-проектора, проблемная лекция.
Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как решение и обсуждение вопросов и задач.
В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

– видео-лекции**;**
– онлайн-лекции в режиме реального времени;
– электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
– системы для электронного тестирования;
– консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	**Макс. количество баллов**	
	За одну работу	**Всего**
Текущий контроль: - опрос - доклад - РГР - Контрольная работа	 10 баллов 10 баллов 25 баллов 15 баллов	 10 баллов 10 баллов 25 баллов 15 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен (Экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	**Оценка по дисциплине**	**Критерии оценки результатов обучения по дисциплине**
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетво-рительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет-ворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные темы докладов:

1. Первые идеи криптографии на кольцах.
2. p-адические многообразия.
3. Конечные поля и криптография. Примеры шифров и их развитие в истории.
4. Лемма Цорна.
5. Сходимость p-адических разложений.
6. Непрерывность степенных рядов $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, где $a_n \in Q_p$, $x-$ переменная, p-адический степенной ряд.
7. История возникновения p-адических чисел.
8. Об обобщенном признаке неразложимости Эйзенштейна.
9. Непрерывные дроби в полных полях.

Примерный вариант контрольной работы:

1. Докажите, что рационально число тогда и только тогда, когда представляется бесконечной десятичной периодической дробью.

2. Докажите, что если в евклидовом пространстве над множеством рациональных чисел определять расстояние между точками, то она может быть представлено десятичным разложением в ряд по степеням десяти.

3. Докажите, что следующие метрические пространства не являются полными и постройте их пополнение: 1) R с расстоянием $d(x,y)=|arctgx-arctgy|$; 2) R с расстоянием $d(x,y)=|e^x-e^y|$

Примерные задания для расчетно-графической работы (РГР):

1. Записать -1 и 3 с помощью 3-адических канонических степенных рядов.
2. Разрешимо ли уравнение $x^3-1=0$ в поле Z_7.
3. Исследовать разложение рациональных неразложимого многочлена в поле 3-адических чисел.
4. Пусть функция $f: Z_p \to Q_p$ определяется следующей формулой: $f(x)=\begin{cases} 0, & x=0, \\ 1/|x|_p, & x\neq 0 \end{cases}$.

Верно ли, что $f(x)$ непрерывная функция, а также является псевдоконстантой на Z_p?

Промежуточная аттестация

Примерные контрольные вопросы по курсу:

1. Конечное поле: определение, примеры.
2. Понятие пополнения. Нормированные поля.
3. Построение пополнения нормированного поля.
4. Нормирования поля рациональных чисел.
5. Нормирование алгебраических расширений.
6. Арифметические операции в Q_p.
7. p-адические разложения рациональных чисел.
8. Лемма Гензеля.
9. Нормирование алгебраических полей: общий случай.
10. Нормирование полей алгебраических чисел.
11. Теорема Островского.
12. Основные топологические свойства.
13. Канторово множество.
14. Последовательности и ряды.
15. p-адические степенные ряды.
16. Некоторые p-адические элементарные функции.
17. Разложение в ряд по p–адическим экспонентам, и логарифмам.
18. Локально постоянные функции.
19. Непрерывные и равномерно непрерывные функции.
20. Дифференцируемость p-адических функций.
21. p-адическое интерполирование.
22. Пример p-адического кода.

Примерные практические задания:

1. Докажите, что метрическое пространство полно тогда и только тогда, когда любая последовательность вложенных замкнутых шаров $\{B_n\}$, $B_1 \supset B_2 \supset B_3 \supset \dots$, радиусы которых стремятся к нулю, имеет единственную общую точку.
2. Докажите, что поле Q_p, где p – простое число, не содержит делителей нуля.
3. Докажите, что если последовательности $\{a_n\}, \{b_n\}$ являются последовательностями Коши, то $\{a_n+b_n\}$, $\{a_n-b_n\}$, $\{a_n\cdot b_n\}$ также являются последовательностями Коши.

4. Доказать, что подмножество всех рациональных чисел и подмножество всех иррациональных чисел являются всюду плотными на вещественной прямой с метрикой $d(x,y)=|x-y|$.

5. Определите, являются ли следующие функции равномерно непрерывными на Z_p или непрерывными на N: 1. $f(x)=x_0+x_1x_2$; 2. $f(x)=P(x_0,x_1,x_2)$, где P – многочлен с коэффициентами в Z_p.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Коблиц Нил. Курс теории чисел и криптографии / Н. Коблиц; [пер. с англ. М. А. Михайловой и В. Е. Тараканова под ред. А. М. Зубкова]. - М.: ТВП, 2001. - X, 260 с.

Дополнительная

1. Хренников А. Ю. Введение в квантовую теорию информации / А. Ю. Хренников. - М.: Физматлит, 2008. - 283 с.
2. Акивис, М. А. Тензорное исчисление: Учебное пособие/Акивис М. А., Гольдберг В. В., 3-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 304 с.ISBN 5-9221-0424-1. - Текст : электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/110700
3. Ларин, С. В. Числовые системы : учебное пособие для среднего профессионального образования / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 149 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12994-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/540654.
4. Фомичёв, В. М. Криптографические методы защиты информации в 2 ч. Часть 2. Системные и прикладные аспекты : учебник для вузов / В. М. Фомичёв, Д. А. Мельников ; под редакцией В. М. Фомичёва. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 245 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7090-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/537383.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Дифференциальное исчисление: http://math.ru/lib/3
Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: https://liber.rsuh.ru/ru/bases

Информационные справочные системы:
1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

• для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

• для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

• для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

• для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Конечные поля: основные понятия

Задания:

1. Опишите все решения следующих сравнений:

а) $3x = 4 \pmod 7$; г) $27x = 25 \pmod{256}$;

б) $3x = 4 \pmod{12}$; д) $27x = 72 \pmod{900}$;

в) $9x = 12 \pmod{21}$; е) $3x = 612 \pmod{676}$.

2. Какой цифрой может заканчиваться полный квадрат в шестнадцатиричной системе счисления?

3. Доказать, что в десятичной системе счисления целое число тогда и только тогда делится на 3, когда сумма его цифр делится на 3, и что число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Указания по выполнению заданий: познакомиться с теоретическими основами темы; вычислять арифметические задания в Q_3, Q_5.

Тема 2. Поле p-адических чисел.

Задания:

1. Доказать, что $n^5 - n$ всегда делится на 30.
2. а) Пусть m есть либо степень p^a простого числа $p > 2$, либо удвоенная степень простого нечетного числа. Доказать, что если $x^2 = 1 \pmod m$, то либо $x = 1 \pmod m$, либо $x = -1 \pmod m$.

б) Доказать, что утверждение 2: а) неверно, если m не представимо в виде p^a или $2p^n$ и $m=4$.

в) Доказать, что если m — нечетное число, которое делится на 2 различных простых числа, то сравнение $x^2 = 1 \pmod m$ имеет 2^m различных решений между 0 и m.

Указания по выполнению заданий: познакомиться с теоретическими основами темы; вычислять арифметические задания в Q_p.

Тема 3. Алгебраические свойства целых p-адических чисел.

Задания:

1. Для $p = 2,3,5,7,11,13,17$ найти наименьшее положительное целое число, которое порождает F*, и определить, сколько среди чисел 1, 2, 3,..., p — 1 образующих.
2. Пусть $(Z/p^{\alpha}Z)^*$ обозначает множество всех обратимых (т.е. не делящихся на p) вычетов по

модулю p^a. Внимание: следует различать множество вычетов $Z/p^{\alpha}Z$ (в котором $p^{\alpha}-p^{\alpha-1}$ обратимых элементов) и поле $F_{p^{\alpha}}$ (в котором каждый ненулевой элемент обратим). Они совпадают лишь при $\alpha = 1$.

а) Пусть $p > 2$ и q — целое число, порождающее F_p^* F*. Пусть a — любое целое число, большее 1. Показать, что либо q, либо $(p+1)q$ порождают $(Z/p^{\alpha}Z)$*. Таким образом, $(Z/p^{\alpha}Z)$* — *циклическая группа.*

б) Показать, что при $a > 2$ группа $(Z/p^{\alpha}Z)$* *нециклическая*, однако число 5 порождает *подгруппу,* состоящую из половины ее элементов, а именно, из элементов, сравнимых с 1 по модулю 4.

Указания по выполнению заданий: познакомиться с теоретическими основами темы; вычислять арифметические задания в Z_p. Первые криптографические идеи.

Тема 4. Топология пространства Q_p.

Задания:

1.Предположим, что $\alpha \in F_{p^2}$ удовлетворяет уравнению $X^2 + aX + b = 0$, где $a, b \in F_p$.

а) Доказать, что $\alpha \in F_{p^2}$ также удовлетворяет этому уравнению.

б) Доказать, что если $\alpha \notin F_{p^2}$ то $a = -\alpha - \alpha^2$ и $b = \alpha^{p+1}$.

в) Доказать, что если $\alpha \notin F_p$, а $c,d \in F_p$, то $(\alpha c + d)^{p+1} = d^2 - acd + bc^2 \in F_p$.

г) Пусть i — квадратный корень из —1 в F_{19^2}. Использовать пункт в), чтобы найти $(2+3i)^{101}$ (т.е. представить его в виде $a + bi$, $a, b \in F_{19}$).

Указания по выполнению заданий: познакомиться с теоретическими основами темы; изучать основные понятия в топологическом пространстве Q_p.

Тема 5. Введение в р-адический математический анализ.

Задания из книги [1, осн.лит]:

Коблиц Нил. Курс теории чисел и криптографии / Н. Коблиц; [пер. с англ. М. А. Михайловой и В. Е. Тараканова под ред. А. М. Зубкова]. - М.: ТВП, 2001. - С.47:

№№12, 15

Указания по выполнению заданий: использовать математические пакеты прикладных программ, обсудить возможные пакеты и сайты с преподавателем.

Тема 6. р-адические функции и их применение в теории кодирования.

Задания из книги [1, осн.лит]:

Коблиц Нил. Курс теории чисел и криптографии / Н. Коблиц; [пер. с англ. М. А. Михайловой и В. Е. Тараканова под ред. А. М. Зубкова]. - М.: ТВП, 2001. - С.56:

№№ 3, 7, 15, 19

Указания по выполнению заданий: использовать математические пакеты прикладных программ, обсудить возможные пакеты и сайты с преподавателем.

Приложение 1. Аннотация
рабочей программы дисциплины

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Элементы p-адического анализа и его приложения к криптографии» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: изучение класса p-адическозначных функций, специальных классам T-функций, понятие о непрерывности и дифференцируемости, разложение в ряды и на этой основе изучение свойств криптокритериев.

Задачи дисциплины: ознакомление с различными направлениями и методологией анализа p-адических функций, активно развивающегося направления математики; обучение студентов теории и практике применения методов этого анализа к математическим объектам и возможных приложений в различных областях экономики и управления, психологии, физики и др.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: о применении конечных полей в моделировании;

Уметь: применять полученные знания в решении задач организации математических моделей;

Владеть: достаточными представлениями о типах моделей, о способах реализации современными методами в компьютерных системах.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Приложение 2

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ[1]

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

[1] Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.